

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ 2025/26 УЧЕБНОГО ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Код/шифр участника

М	1	0	А	5			
---	---	---	---	---	--	--	--

Карась Дмитрий Сергеевич

(фамилия, имя, отчество)

10 А

(класс обучения)

10

(класс участия)

Муниципальное бюджетное общеобра-
зовательное учреждение „Центр образо-
вания „Интеллект“

(полное наименование образовательной организации)

110.1

Пусть v_1 — скорость первого (едет из А), а v_2 — скорость второго (едет из В). $v_1, v_2 \geq 0$. Скорость сближения равна $v_1 + v_2$. Встреча через 20 минут = $\frac{1}{3}$ часа:
 $(v_1 + v_2) \cdot \frac{1}{3} = 9$; $v_1 + v_2 = 27$. Скорость сближения равна 27.
 Движение в одну сторону: Пусть $v_2 > v_1$ (второй догоняет первого). Разность скоростей — $v_2 - v_1$. Вторым догонит первого, когда сократит расстояние 9 км:
 $(v_2 - v_1) \cdot 3 = 9$; $v_2 - v_1 = 3$.

Составим систему и решим её методом подстановки:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 27 \\ v_2 - v_1 = 3 \end{cases} \begin{cases} v_1 + 3 + v_1 = 27 \\ v_2 = 3 + v_1 \end{cases} \begin{cases} 2v_1 = 24 \\ v_2 = 3 + v_1 \end{cases} \begin{cases} v_1 = 12 \\ v_2 = 3 + 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = 12 \\ v_2 = 15 \end{cases}$$

Ответ: $v_1 = 12$ км/ч; $v_2 = 15$ км/ч

110.2

Упростим второе уравнение: $a_5 = a_1 + 4d$, $a_6 = a_1 + 5d$, $a_7 = a_1 + 6d$. Уравнение $a_5 + a_7 = 3a_6$: $(a_1 + 4d) + (a_1 + 6d) = 3(a_1 + 5d)$
 $2a_1 + 10d = 3a_1 + 15d$; $a_1 + 5d = 0$; $a_1 = -5d$.
 Выразим a_3, a_4, a_6 : $a_3 = a_1 + 2d = -5d + 2d = -3d$;
 $a_4 = a_1 + 3d = -5d + 3d = -2d$; $a_6 = a_1 + 5d = -5d + 5d = 0$.

Подставим в первое уравнение:

$$a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 = 2a_3a_4 + 2a_5a_6$$

$$\text{Левая часть: } a_3^2 + a_4^2 = (-3d)^2 + (-2d)^2 = 9d^2 + 4d^2 = 13d^2$$

$$a_5 + a_6 = (-3d) + (-2d) = -5d$$

Итого левая часть:

$$9d^2 + 4d^2 + (-5d)^2 = 18d^2 - 5d$$

Правая часть:

$$2a_3a_4 = 2 \cdot (-3d) \cdot (-2d) = 12d^2$$

$$2a_5a_6 = 2 \cdot 0 = 0$$

$$12d^2 + 0 + 6 = 12d^2 + 6$$

Уравнение:

$$13d^2 - 5d = 12d^2 + 6$$

$$d^2 - 5d - 6 = 0$$

$$a = 1, b = -5, c = -6$$

$$D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 49 (D > 0, 2 \text{ к.})$$

$$d = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2}; d = \frac{5 \pm 7}{2}; d = 6 \text{ или } d = -1.$$

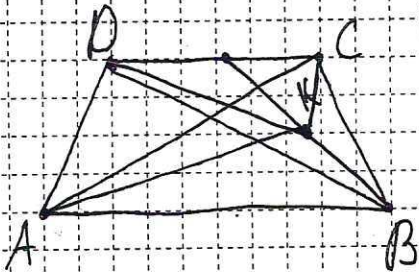
Прогрессия возрастающая, следовательно $d > 0$, $d = -1$ не подходит, $d = 6$. Находим $a_1 = -5d = -5 \cdot 6 = -30$.
 Ответ: $a_1 = -30$; $d = 6$.

№10.4

Света может расставить 6 шахек так, чтобы любой квадрат 2×2 содержал хотя бы одну шахку. Тогда Максим, выбирая какие 2 строки и 2 столбца оставить (т.е. квадрат 2×2) всегда будет оставлять хотя бы одну шахку, а значит, не все шахки будут в вычеркнутых клетках. Следовательно Света может обеспечить себе выигрыш.

Ответ: Света.

№10.3



Дано: $ABCD$ — равнобедренная трапеция, $AB \parallel CD$, $AD = BC$.
 CK — биссектриса $\angle BCD$.
 $\angle DBK = \angle CAK = 30^\circ$

Найти: $\angle CKD$.Решение: AB — ниж.

основание, CD — верхнее основание. В равнобед. трапеции: $\angle DAB = \angle CBA$, $\angle ADC = \angle BCD$. Диагонали $AC = BD$, $\angle CBR = \angle RBK + \angle CAK$ (т.к. биссектриса делит на $\angle CBR = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 2 равных), $\angle CBR = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$.

В равнобед. трапеции $\angle ABC = \angle BAD$. Рассмотрим треугольник BCD : $BC = AD$ в трапеции $\angle ABC$ и $\angle BAD$. Рассмотрим треугольник BCD : $BC = AD$ в трап., но BD — диагональ. Рассмотрим BCD , BC — боковая сторона, BD — диагональ, CD — верхнее основ.

Пусть $\angle ABC = \angle$, тогда $\angle BCD = \angle$. В трап. $AB \parallel CD$, тогда $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$, т.к. они одностор. Значит $\angle BCD = 180^\circ - \angle$. K лежит на биссект. $\angle BCD$, но не обязательно внутри BCD — возможно ^{снаружи} $\angle CAK$ — угол между CA и AK . A и C противоп. вершины трапеции. BK — биссект. $\angle CBR$. K на ней и $\angle CAK = 30^\circ$ это угол в треугол. CAK , или просто лучами AC и AK . Следовательно $\angle CKD = 60^\circ$.

Ответ: 60° .

№10.5

Рассмотрим 11 классиков, их 30, почти все попарно знакомы. Рассмотрим произвольное разделение по 45 комнатам, среди 45 комнат найдуся хотя бы 15 не содержащих одиннадцатиклассников. Степень ≤ 14 . Да в этих 15 комн. сумма ≥ 15 человек. Максимум связей между 10 класс. ≤ 10 , значит среди этих 15 комнат больше не содержат связи. по прин. Дирихле хотя бы 15-10=5 комнат. Ответ: 5 комнат.